Soit (I_n) la suite définie par : $\begin{cases} I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t\, dt \\ I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^n \sin t\, dt \ , \ n \in IN^* \end{cases}$

2/ En utilisant une intégration par parties, que pour tout n ∈ IN* on a : $I_n = n\int_0^{\frac{\pi}{2}} t^{n-1} \cos t\, dt$.

$\forall n \in IN^*$

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^n \sin(t)\, dt$$

On pose

$u(t) = t^n \longrightarrow u'(t) = n t^{n-1}$

$v'(t) = \sin(t) \longrightarrow v(t) = -\cos(t)$

$$I_n = \left[-t^n \cos(t)\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + n \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^{n-1} \cos(t)\, dt$$

$$= \left(-\left(\frac{\pi}{2}\right)^n \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 0\right) + n \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^{n-1} \cos(t)\, dt$$

Donc

$\forall n \in IN^*$

$$\boxed{I_n = n \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^{n-1} \cos(t)\, dt}$$